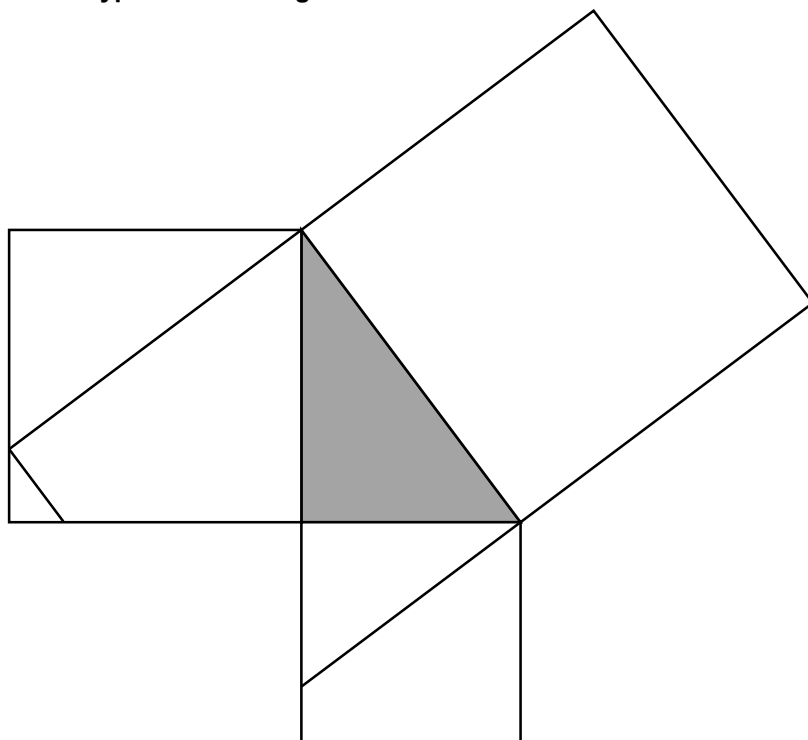


91. Pythagore - Puzzle

« Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des cathètes. »

Ce qui est remarquable, c'est que le théorème de Pythagore est vrai pour tous les triangles rectangles imaginables. C'est une loi universelle mathématique et l'on peut s'y fier en présence de n'importe quel triangle rectangle. Inversement, si un triangle se conforme au théorème de Pythagore, c'est un triangle rectangle. Il faut relever ici que, bien que ce théorème soit pour toujours associé à Pythagore, il était en fait connu des Chinois et des Babyloniens mille ans auparavant. Cependant, ces cultures ne savaient pas que le théorème valait pour tous les triangles rectangles. Il s'appliquait certes aux triangles qu'ils considéraient, mais ils ne disposaient d'aucune démonstration pour les autres. La raison pour laquelle Pythagore put revendiquer ce théorème est qu'il en avait, lui, démontré la validité universelle.

D'après « Le Dernier Théorème de Fermat » de Simon Singh



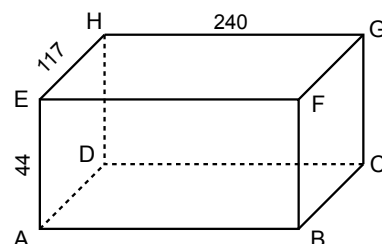
- Reproduis la figure ci-dessus sur une feuille blanche, découpe les cinq pièces constituant les deux plus petits carrés, puis place-les de manière à reformer le grand carré.
- ABC est un triangle rectangle en C. Complète le tableau suivant :

	[AB]	[AC]	[BC]	Aire	Périmètre
P.		16 cm	30 cm		
Y.	20 cm		12 cm		
T.	26 cm	24 cm			
H.		35 cm	12 cm		
A.	73 cm		55 cm		
G.		65 cm	72 cm		
O.	137 cm	88 cm			
R.		77 cm	36 cm		
E.	24,1 cm	20,9 cm			

92. Pythagore - Les briques d'Euler

Une **brique d'Euler** est un parallélépipède rectangle dont les côtés et les diagonales des faces ont des longueurs entières. La plus petite brique d'Euler, découverte par Paul Halcke en 1719, a pour côtés 44, 117 et 240. (http://fr.wikipedia.org/wiki/Brique_d'Euler)

- Calcule les diagonales des faces de cette brique d'Euler.
- Calcule la diagonale [AG] de trois manières différentes.
- Idem avec des briques de dimensions (240; 252; 275), (140; 480; 693), (85; 132; 720) (160; 231; 792)

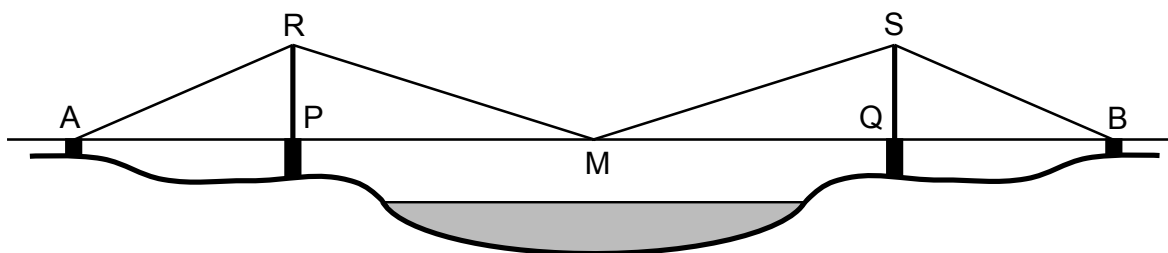


93. Pythagore - Exercices

- A.** Soit ABC un triangle rectangle en A et H le pied de la hauteur issue de A.
Calcule le **périmètre** du triangle ABC, connaissant $[AC] = 92,25$ m ; $[AH] = 90$ m ; $[HB] = 400$ m.
- B.** Le triangle de côtés 70 mm, 115 mm et 90 mm est-il rectangle ?
- C.** Calcule l'**aire** et le **périmètre** d'un losange dont les diagonales mesurent 6,6 cm et 11,2 cm.
- D.** Calcule l'**aire** d'un triangle équilatéral de côté 13 cm.
- E.** Le périmètre d'un triangle ABC isocèle en A mesure 72 cm.
Calcule l'**aire** de ce triangle, sachant que sa base $[BC]$ mesure 20 cm.
- F.** Calcule l'**aire** et le **périmètre** d'un trapèze rectangle de hauteur 15 cm et dont les bases mesurent 14 cm et 16 cm.
- G.** Calcule l'**aire** d'un trapèze isocèle de périmètre 36,4 cm dont les bases mesurent 2 cm et 15 cm.
- H.** L'hypoténuse d'un triangle isocèle rectangle mesure 15 cm.
Calcule l'**aire** et le **périmètre** de ce triangle.
- I.** Soit Ω et Ω' deux cercles de centre O , et soit d une droite tangente à Ω' et coupant Ω en deux points A et B.
Calcule le **rayon** du cercle Ω' sachant que $[AB] = 11$ cm et que Ω est un cercle de diamètre 25 cm.

94. Pythagore - Problèmes**A. Le pont à haubans**

Le dessin ci-dessous représente un pont à haubans admettant un axe de symétrie en M.
 $[AB] = 816$ m ; $[PQ] = 480$ m ; $[AR] = 195$ m.

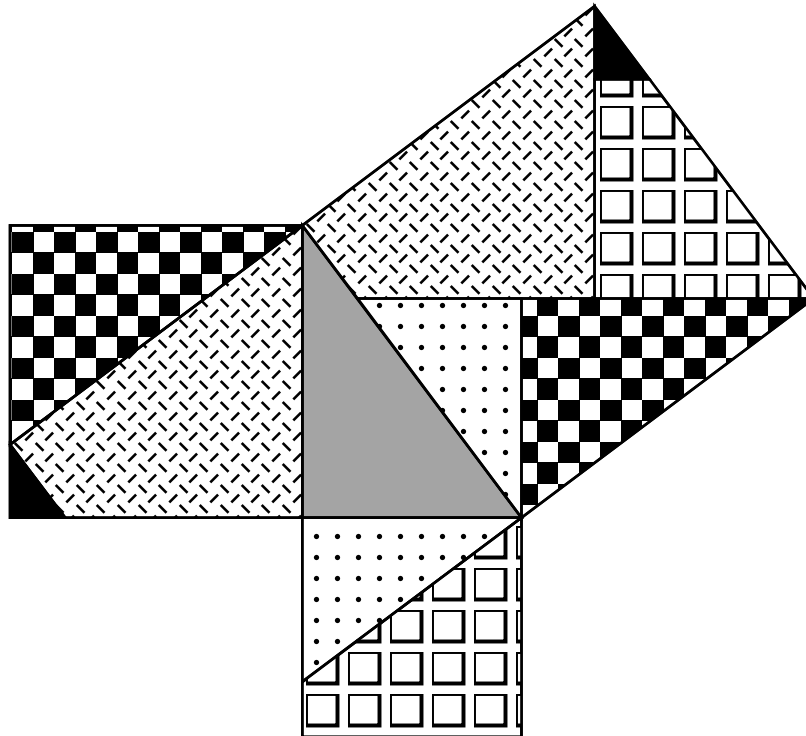


Calcule la hauteur du pylône $[PR]$ et la longueur du hauban $[RM]$.

B. L'échelle

Lorsqu'une échelle de 4,5 m est plaquée contre un mur, elle dépasse le haut du mur de 50 cm.

A quelle distance du mur le pied de cette échelle se trouve-t-il lorsque l'on appuie son sommet contre le haut du mur ?

91. Pythagore - Puzzle - CORRIGE

	[AB]	[AC]	[BC]	Aire	Périmètre
P.	34 cm	16 cm	30 cm	240	80
Y.	20 cm	16 cm	12 cm	96	48
T.	26 cm	24 cm	10 cm	120	60
H.	37 cm	35 cm	12 cm	210	84
A.	73 cm	48 cm	55 cm	1320	176
G.	97 cm	65 cm	72 cm	2340	234
O.	137 cm	88 cm	105 cm	4620	330
R.	85 cm	77 cm	36 cm	1386	198
E.	24,1 cm	20,9 cm	12 cm	125,4	57

92. Pythagore - Les briques d'Euler - CORRIGE

A. $[AF] = \sqrt{44^2 + 240^2} = 244$ / $[AH] = \sqrt{44^2 + 117^2} = 125$ / $[AC] = \sqrt{117^2 + 240^2} = 267$

B. $[AG] = \sqrt{[AF]^2 + [FG]^2} = \sqrt{244^2 + 117^2} = \sqrt{73225} \approx 270,6$

$[AG] = \sqrt{[AH]^2 + [HG]^2} = \sqrt{125^2 + 240^2} = \sqrt{73225} \approx 270,6$

$[AG] = \sqrt{[AC]^2 + [CG]^2} = \sqrt{267^2 + 44^2} = \sqrt{73225} \approx 270,6$

C. $[AF] = \sqrt{240^2 + 275^2} = 365$ / $[AH] = \sqrt{240^2 + 252^2} = 348$ / $[AC] = \sqrt{252^2 + 275^2} = 373$

$[AF] = \sqrt{140^2 + 693^2} = 707$ / $[AH] = \sqrt{140^2 + 480^2} = 500$ / $[AC] = \sqrt{480^2 + 693^2} = 843$

$[AF] = \sqrt{85^2 + 720^2} = 725$ / $[AH] = \sqrt{85^2 + 132^2} = 157$ / $[AC] = \sqrt{132^2 + 720^2} = 732$

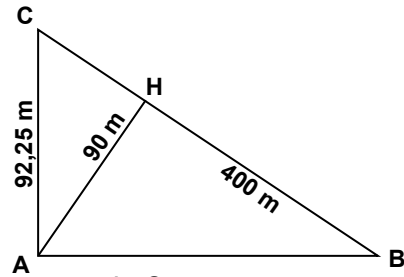
$[AF] = \sqrt{160^2 + 792^2} = 808$ / $[AH] = \sqrt{160^2 + 231^2} = 281$ / $[AC] = \sqrt{231^2 + 792^2} = 825$

93. Pythagore - Exercices - CORRIGE**A.**

$$[CH] = \sqrt{92,25^2 - 90^2} = 20,25 \text{ m}$$

$$[AB] = \sqrt{90^2 + 400^2} = 410 \text{ m}$$

$$\text{Périmètre } \triangle ABC : 92,25 + 420,25 + 410 = \underline{\underline{922,5 \text{ m}}}$$

**B.** Le triangle de côtés 70 mm, 115 mm et 90 mm est-il rectangle ?

$$115^2 = 13'225$$

$$70^2 + 90^2 = 13'000$$

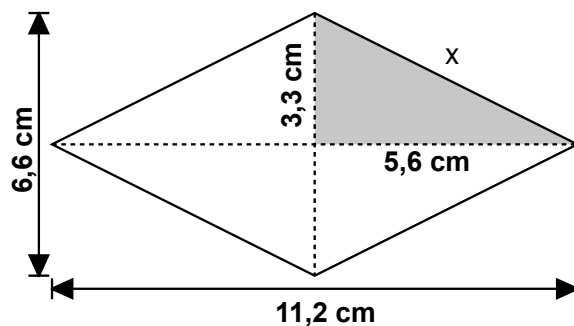
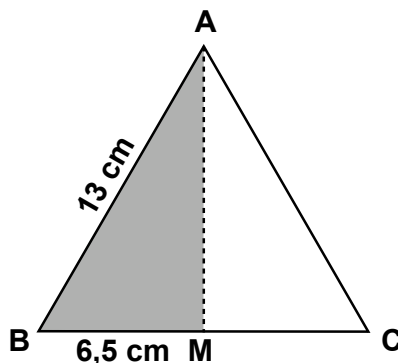
$13'225 \neq 13'000$, donc **ce triangle n'est pas rectangle.**

C.

$$\text{Aire du losange} : 6,6 \cdot 11,2 \div 2 = \underline{\underline{36,96 \text{ cm}^2}}$$

$$x = \sqrt{3,3^2 + 5,6^2} = 6,5 \text{ cm}$$

$$\text{Périmètre du losange} : 6,5 \cdot 4 = \underline{\underline{26 \text{ cm}}}$$

**D.**

$$[AM] = \sqrt{13^2 - 6,5^2} \approx 11,26 \text{ cm}$$

$$\text{Aire du triangle équilatéral} : 13 \cdot 11,26 \div 2 = \underline{\underline{73,18 \text{ cm}^2}}$$

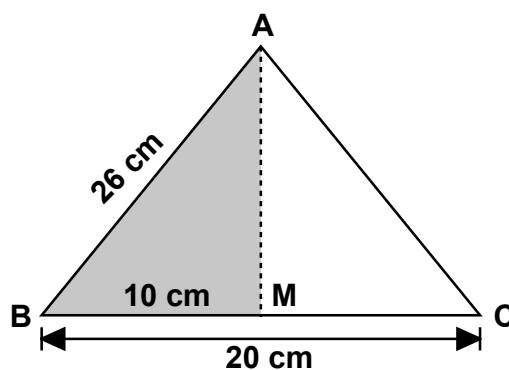
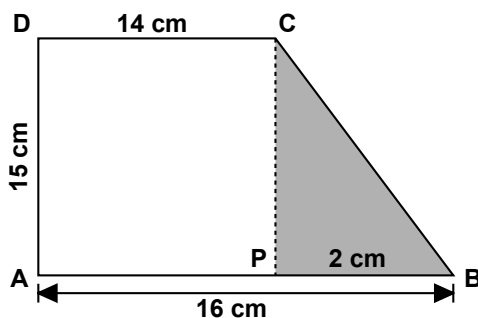
E.

$$\text{Périmètre } \triangle ABC : 72 \text{ cm}$$

$$[AB] = [AC] = (72 - 20) \div 2 = 26 \text{ cm}$$

$$[AM] = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24 \text{ cm}$$

$$\text{Aire } \triangle ABC = 20 \cdot 24 \div 2 = \underline{\underline{240 \text{ cm}^2}}$$

**F.**

$$[PB] = 16 - 14 = 2 \text{ cm}$$

$$[BC] = \sqrt{15^2 + 2^2} = \sqrt{229} \approx 15,13 \text{ cm}$$

$$\text{Aire du trapèze} : = (16 + 14) \cdot 15 \div 2 = \underline{\underline{225 \text{ cm}^2}}$$

$$\text{Périmètre du trapèze} : \underline{\underline{60,13 \text{ cm}}}$$

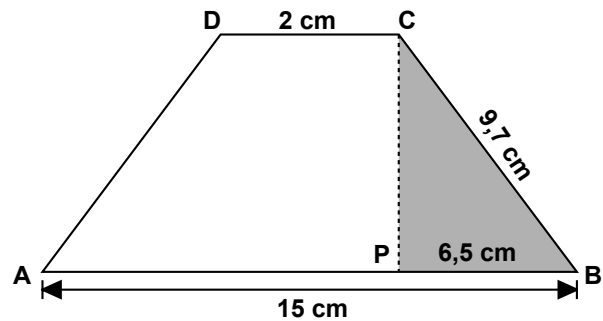
93. Pythagore - Exercices - CORRIGE (suite)**G.**

$$[AD] = [BC] = (36,4 - 2 - 15) \div 2 = 9,7 \text{ cm}$$

$$[PB] = (15 - 2) \div 2 = 13,5 \text{ cm}$$

$$[PC] = \sqrt{9,7^2 - 6,5^2} = \sqrt{51,84} = 7,2 \text{ cm}$$

$$\text{Aire du trapèze} = (15 + 2) \cdot 7,2 \div 2 = \underline{\underline{61,2 \text{ cm}^2}}$$

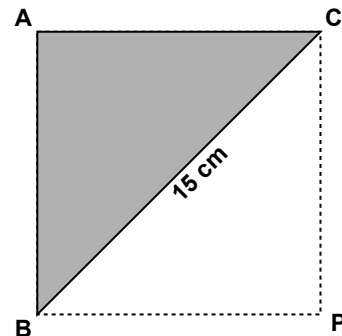
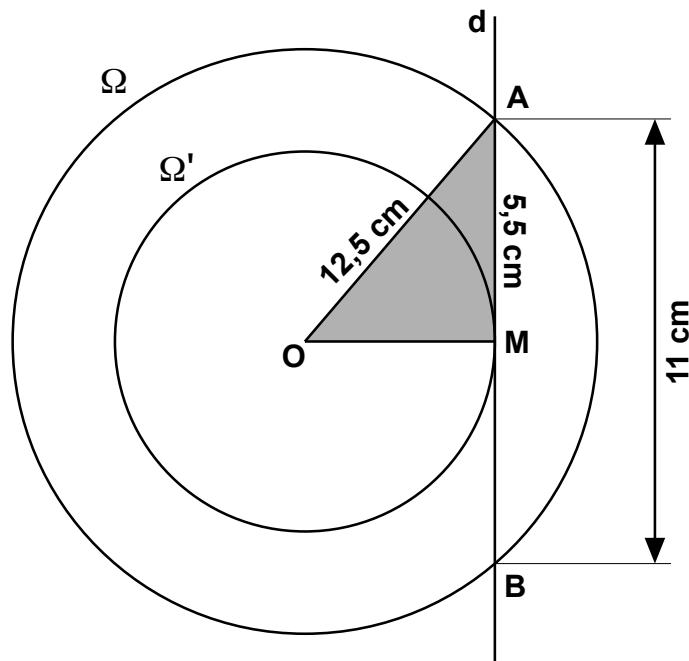
**H.**

$$\text{Aire du carré ABPC} : 15 \cdot 15 \div 2 = 112,5 \text{ cm}^2$$

$$\text{Aire du triangle ABC} : 112,5 \div 2 = \underline{\underline{56,25 \text{ cm}^2}}$$

$$[AB] = [AC] = \sqrt{112,5} \approx 10,61 \text{ cm}$$

$$\text{Périmètre du triangle ABC} : 10,61 \cdot 2 + 15 = \underline{\underline{36,22 \text{ cm}}}$$

**I.**

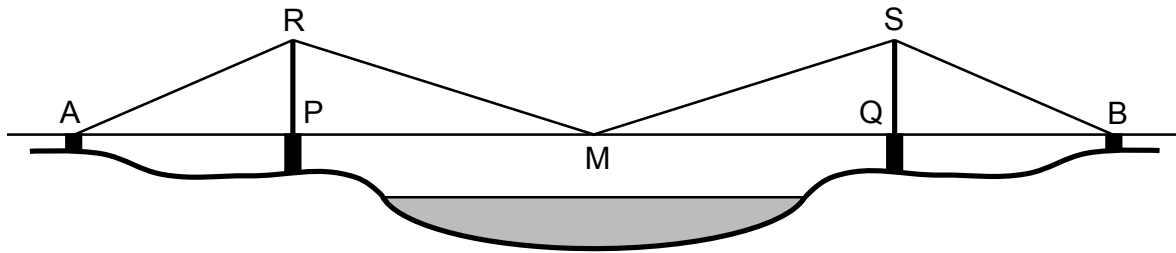
$$[OM] = \sqrt{12,5^2 - 5,5^2} = \sqrt{126} \approx 11,22 \text{ cm}$$

$$\text{Rayon du cercle } \Omega' : \underline{\underline{11,22 \text{ cm}}}$$

94. Pythagore - Problèmes - CORRIGE

A. Le pont à haubans

Le dessin ci-dessous représente un pont à haubans admettant un axe de symétrie en M.
 $[AB] = 816$ m ; $[PQ] = 480$ m ; $[AR] = 195$ m.



Calcule la hauteur du pylône $[PR]$ et la longueur du hauban $[RM]$.

$$[AP] = \frac{816 - 480}{2} = 168 \text{ m}$$

$$[RP] = \sqrt{195^2 - 168^2} = \sqrt{9801} = 99 \text{ m}$$

$$[PM] = \frac{480}{2} = 240 \text{ m}$$

$$[RM] = \sqrt{99^2 + 240^2} = \sqrt{67401} \approx 259,62 \text{ m}$$

B. L'échelle

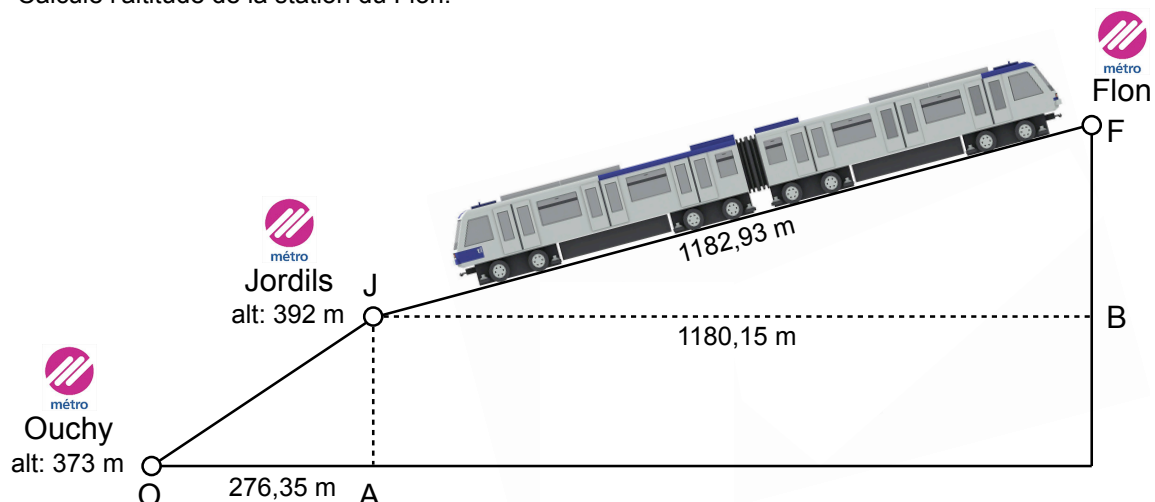
Lorsqu'une échelle de 4,5 m est plaquée contre un mur, elle dépasse le haut du mur de 50 cm.
 A quelle distance du mur le pied de cette échelle se trouve-t-il lorsque l'on appuie son sommet contre le haut du mur ?

Hauteur du mur : $4,5 - 0,5 = 4$ m

Distance au mur : $\sqrt{4,5^2 + 4^2} = \sqrt{4,25} \approx 2,06$ m

C. M2

- 1) Calcule la distance qui sépare les stations d'Ouchy et des Jordils.
- 2) Calcule l'altitude de la station du Flon.



$$[AJ] = 392 - 373 = 19 \text{ m}$$

$$\text{Distance Ouchy-Jordils : } [OJ] = \sqrt{276,35^2 + 19^2} \approx \sqrt{76730,32} \approx 277 \text{ m}$$

$$[FB] = \sqrt{1182,93^2 + 1180,15^2} \approx \sqrt{6569,36} \approx 81 \text{ m}$$

Altitude de la station du Flon : $392 + 81 = 473$ m